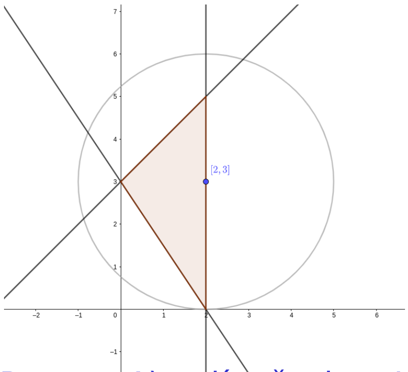
Příklad 6. Uvažujte následující příklad nelineární optimalizace:

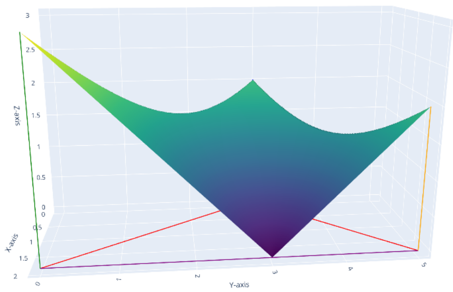
$$\begin{aligned} \min \quad & -(x-2)^2 - (y-3)^2 \\ \text{s.t.} \quad & 3x + 2y \geq 6 \\ & -x + y \leq 3 \\ & x \leq 2. \end{aligned}$$

Sestavte kandidáty na minimum pomocí KKT podmínek. Pomocí SOSC ověřte, zdali se jedná o (striktní) lokální minimum.

Nápověda: Pomůže nakreslit si obrázek a interpretovat si minimalizační úlohu.

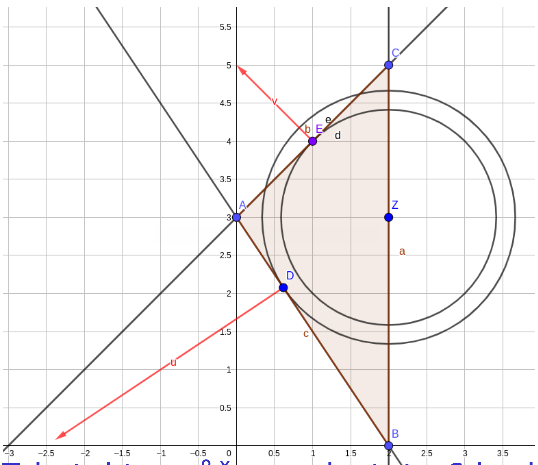
Rozbor úlohy: graficky (když převedeme: max (x - 2)^2 + (y - 3)^2 jde o to najít nejvzdálenější bod z MPŽ bodu [2, 3]. (když si nakreslíme obrázek, vidíme, že to bude bod [0, 2], nicméně to je pouze pro kontrolu).

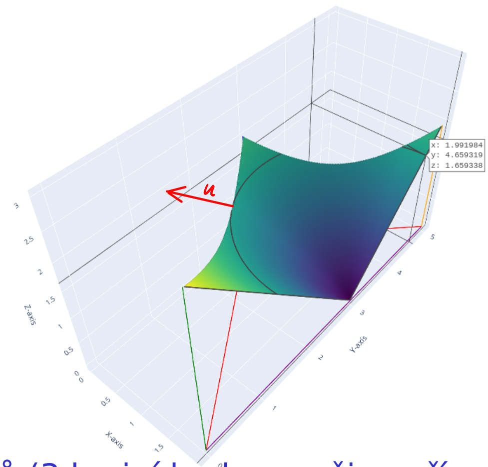


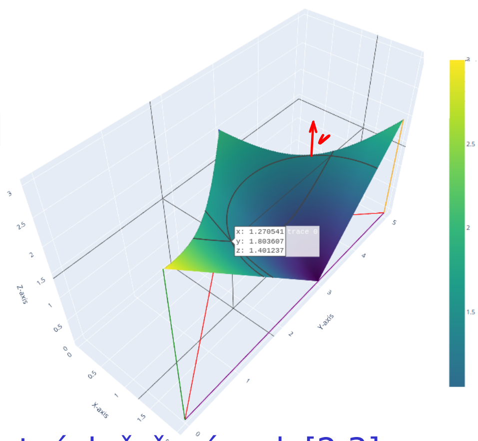


Postup: 1) najít všechny KKT body
2) ověřit přes SOSC, který z nich je lokální extrém
3) Z lokálních extrémů vybrat ten nejlepší

KKT body - když si vzomenete na grafickou interpretaci, musí v KKT bodě být gradienty aktivního omezení (či nějaké kombinace aktivních omezení, je-li jich více) být rovnoběžné s gradientem účelové funkce (a případě minimalizace opačně orientované). Jinak je možné se (lokálně/maličko) pohnout v rámci MPŽ a zlepšit si účelovou funkci.







Zde takto můžeme dostata 6 bodů (3 krajní body množiny přípustných řešení, pak [2,3], tj. omezení 1 aktivní. Když uvažujeme 2. a 3. omezení aktivní, dostaneme body D a E na obrázku výše). Nicméně jelikož jde o nekonvexní funkci k minimalizaci, může se stát, že některé identifikované KKT body nejsou lokální extrémy, což je v obrázku pěkně vidět.

A tedy pomocí SOSC ověřujeme podmínky.
3 body jsou zde hledaným lokálním extrémem - všechny ty rohové body (a pokud bychom ve všechn spočítali hodnotu účelové funkce, zjistili bychom, že právě v bodě [2, 0] je globální optimum.