

Teorie optimalizace

Zápočtový test, leden 2025

Příklad 1. Rozhodněte, zda je následující funkce konvexní. Svoji odpověď zdůvodněte.

$$f(x, y) = (x + y)^2 + \log(e^{x+y} + 1), \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

Příklad 2. Vyřešte následující optimalizační úlohu:

$$\begin{aligned} \min \quad & 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ & -x_1 + 2x_2 - 4x_3 \leq 6 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Nalezněte optimální řešení x^* , hodnotu účelové funkce v tomto bodě a hodnoty duálních proměnných příslušné ke každému omezení.

Příklad 3. Sestavte a vyřešte pomocí KKT podmínek (nelineární) optimalizační úlohu pro nalezení takového bodu z množiny

$$\mathcal{M} = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x \geq (y - 2)^2, x + 2y \geq 4\},$$

který je nejbližší počátku, tj. bodu $[0, 0]$.

Příklad 4. Uvažujte následující nelineární optimalizační problém

$$\begin{aligned} \min \quad & x y - x^2 \\ \text{s.t.} \quad & x \geq -1, \\ & -x + y \leq 2. \end{aligned}$$

Dopočítejte Lagrangeovy multiplikátory pro bod $(x, y) = (-1, 1)$ a ověřte, zdali bod splňuje SOSC.